

第三回 講義 (2011/May/06)

§3 コリングウッド・テーゼの「推論」の観点からの証明

1、古典的プラグマティズムによるテーゼaの証明

<前回の補足>

(1) パースの証明の補足

パースの論文には、最初の論証<認識を限定する認識をさかのぼるとき、直観がないといつまでもでもさかのぼらなければならないが、それはありえないので、直観が存在する>という論証への批判が見られない。それは、どうなっているのかという質問が講義の後であった。

その答えは、次のようになると思われる。もし直観が存在しないとすると、上記の無限のさかのぼりは回避されなければならない。その回避は、認識の限定のプロセスが、循環論証になるという仕方で、回避されるのだと思われる。これは、真理および認識に関する整合説になるだろう。整合説とプラグマティズムは親和的である。

(2) PTからのテーゼaの証明

前回からテーゼa「すべての言明は、何らかの推論の結論としてのみ意味を持ちうる」の証明にとりかかった。パースの主張、PT「すべての精神作用は推論である。」を利用できると考え、これの証明を紹介した。ところで、我々は、PTからテーゼaをどのようにして証明できるだろうか。

- ①「すべての精神作用は、推論である。」 (PT)
- ②「すべての言明の理解は、精神作用である」
- ③「すべての言明の理解は、推論である。」 (①と②より)
- ④「すべての言明は、推論によって理解される」 (③の言い換え)
- ⑤「すべての言明は、推論の結論として理解される」 (④の言い換え)
- ⑥「すべての言明は、推論の結論として意味を持つ」 (⑤の言い換え)

この⑥とテーゼaの違いは、「のみ」の有無である。

テーゼa「すべての言明は、何らかの推論の結論としてのみ意味を持ちうる」

(3) デューイについての補足

John Deweyも同様の主張をしていたので、それからテーゼaの証明を考えてみよう。

- ①「保証付きの言明には、すべて推論の働きが含まれている」(DT)
- ②「保証付きの言明は、推論の結論として成立する」 (①の言い換え)
- ③「すべての保証付きの言明は、その意味が理解されている言明である」 (仮定)
- ④「その意味が理解されているすべての言明は、推論の結論として成立する」 (②と③より)
- ⑤「すべての言明の理解は、推論の結論として成立する」 (④の言い換え?)
- ⑥「すべての言明は、推論の結論として理解される」 (⑤の言い換え)

DTから⑥を導出するには、仮定③を必要とする。ところが、仮定③の成立は、自明ではない。たとえば、「形而上学は形而上学である」の意味は、「形而上学」の意味が分からなければ、わからない。しかし、「形而上学の意味が分からなくても、これが真であることはわかる、つまりこれが保証された言明であることはわかる。言明の真理値を知ることと、言明の意味を知ることの間の順序関係は、状況に依存するので、③を一般的な言明として主張することは(直ちには)できない。

(4) パースの証明は、我々の目的にとって十分か？

充分ではない。パースの先週紹介した議論は、PT「すべての精神作用は推論である。」の証明として、不十分である。なぜなら、先週紹介した議論は、「認識は直観であるか推論であるかどちらかである。しかし直観は存在しない。ゆえにすべての認識は推論である」という議論であった。この議論では不十分である。

第一に、次に示すように、この議論は次の古典論理における推論を前提しているが、古典論理の妥当性の証明がなされていない。

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

この推論は直観主義論理では成り立たない。

- ① $p \vee q$ 仮定
- ② $\sim p$ 仮定
- ③ $\sim q$ 仮定
- ④ $\sim p \& \sim q$ +&②③
- ⑤ $\sim(p \vee q)$
- ⑥ $(p \vee q) \& \sim(p \vee q)$ +&①⑤
- ⑦ $\sim\sim q$ + \sim ③⑥
- ⑧ q -- $\sim\sim$

⑦から⑧の推論で二重否定消去を用いている。

第二に、もしデューイがいうように、<パースは（古典論理であれ、直観主義論理であれ）論理法則を命題として正当化するのではなく、「操作に関する仮説」とみなす>といえるのならば、パースの行う証明には、彼の考える「推論とはなにか」の説明が追加されなければ、PTの意味は不明である。

第三に、もし古典論理が妥当であり、パースの証明に問題がないとしても、我々の現在の目的にとっては不十分である。我々の目的にとっては、「言明の理解は、直観でないから、推論であるに違いない」ということを知るだけでは不十分であり、「言明の理解が、具体的にどのように推論となるのか」を知る必要があるからである。

そこで以下では、<言明の理解が、具体的にどのような推論となるのか>を示すことによって、テーゼ a を証明したい。ここでは、言明を、数学的ないし論理的な言明と、経験的な言明に区別して、本日は前者を証明し、次回に後者を証明したい。

2、数学的ないし論理的な言明についてのテーゼ a の証明

数学的ないし論理的言明に限るとき、テーゼ a はつぎのように書き換えられるだろう。

テーゼ a 1 「すべての数学的ないし論理的言明は、何らかの推論の結論としてのみ意味を持ちうる」

テーゼ a は、直観などの直接知の主張と対立するものであったが、このテーゼ a 1 は次のような対立関係をもつ。

(1) このテーゼ a 1 と、数学的言明や論理的言明についてのプラトニズムは両立しない。

プラトニズムとは、数学的命題や論理的命題が、我々がそれを認識するかどうかとは独立に存在していると考えられる立場である。それらが推論の結論となるかどうか、つまり証明されるかどうかは、それらの意味とは独立である。（このテーゼ a は、数学の構成主義と親和的である。）

(2) このテーゼ a 1 と、真理条件意味論は両立しない。

真理条件意味論では、数学的言明や論理的言明の意味はその真理条件によって与えられる。「かつ」「または」などの論理結合子の意味は、真理表によって与えられる。

つまり、このテーゼ a 1 は、ダメットの意味論に近い。ダメットは、数学のプラトニズムをとらない。「プラトニズムによれば、数学的諸対象は我々から独立に存在し、それらは相互にある関係に立っている。」(論文「ウィトゲンシュタインの数学の哲学」(1959)『真理という謎』藤田晋吾訳、勁草書房、p. 129) 彼は、数学に関して構成主義をとる。「構成主義者は通常、我々が進んでいくに応じて数学的存在物を作り構成するのだ、という描像を対置する」(同書 p. 129) (構成主義には多様な形態がある。彼は、ウィトゲンシュタインのような「純粋な規約主義」をとらない。限定的規約主義もとらない。意味の理解を、ある種の能力を持つこととみなす。) ダメットは、論理に関しては、古典論理の二値原理や排中律を批判して、直観主義論理を採用する。

ここで次の二つのことに言及しておくべきだろう。

(1) クワインは、「経験論の二つのドグマ」において分析的真理と総合真理を区別できないことを証明した。それにたいして、私のここでの論述は、その区別を前提しているようにみえるかもしれない。数学的ないし論理的言明と経験的言明の区別が、分析と総合の区別に対応するならばその通りである。

(2) 規約主義のパラドクスを認めるならば、ヒルベルトの証明論のプログラム、つまり数学理論の形式化による証明の研究によって数学の無矛盾性を証明しようとする試みが、成立しないのではないか。ひいては、以下に示す証明論的意味論も成立しないのではないか。

この二点については、テーゼ a の証明の後で、コメントしたい。

テーゼ a1 の証明に使えそうなものが、証明論的意味論である。まずそれを紹介しよう。

A、証明論的意味論の紹介

Dummett は、推論規則の証明論的正当化を試みた。Prawitz は、この議論を発展させて、この方法で推論規則の意味を説明しようとした。それが「証明論的意味論」と呼ばれるものである。

(A) 論理法則の証明論的正当化 (Dummett, Prawitz)

ここでは、Dummett, 'Proof-Theoretic Justifications of Logical Laws' (*The Logical Basis of Metaphysics*, Harvard U. P., 1991) をもとに説明する。

(1) 第一段階の正当化、

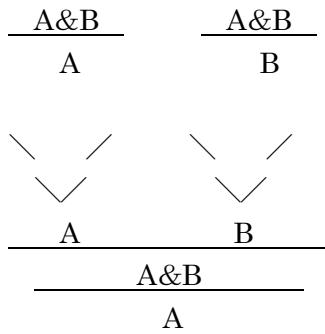
- ・正当化された論理法則かある論理法則が証明される時、その論理法則は正当化される。
- ・論理法則の集合には、整合性だけでなく、「調和」が求められる(「調和」は、Prior からの批判に対して、Belnap が答えた論文の中で提案されたものである)。調和とは、整合性よりも強い制約である。ここでいう調和とは、論理結合子の導入規則と除去規則の調和である。論理結合子 C の導入規則を適用してすぐに除去規則を適用することを、C に関する local peak という。local peak が水平化可能であるとき、つまり、<これらの規則を使うことなく、導入規則が適用される前提から、除去規則からの帰結する結論が導出される>とき、二つの規則が調和しているという。(Cf. *The Logical Basis of Methaphysics*, p. 248)

たとえば、連言&の導入規則は次のとおりである。

 A B

A&B

連言&の除去規則は次のとおりである。



導入規則の前提は A と B である。除去規則の結論は A である。
 ここでは、local peak が水平化され、それがなくても、A から A 導出されるので、&の導入規則と除去規則は調和している。

(2) 第二段階の正当化、自己正当化

Gentzen は、導入規則が論理定項の意味を fix すると考えており、除去規則は、導入規則からの帰結だと考えていた。それゆえに、ゲンツェンは、導入規則が自己正当化的であることを陰伏的に主張していた、とダメットは述べている。

導入規則が、論理定項の意味を fix し、論理定項の意味が、導入規則を正当化する。つまり、導入規則は自己正当化的である。

導入規則は、他の論理法則との整合性や調和によって、正当化されるのではない（論理法則の正当性や真理性は、整合性や調和によるのではない）。導入規則が自己正当化的であり、これによって、正規的に証明された式は、妥当であるとされる。

「正規的論証」の定義：「最初の前提が、複合文でなく、すべての変形が、限界規則ないし、導入規則であるような論証」

（「限界規則 boundary rule」＝「ある原子文を他の原子文に書き換える規則」（経験的な文や語を定義によって書き換えるために必要になる規則））

正規的論証では、最初の前提はすべて原子文であり、すべての複合文は、導入規則によって導出される。最初の前提が複合文であるような論証があるとき、<最初の複合的な前提を、それを最終結論とする正規的な論証によって置き換えること>（これは補足 supplementation と呼ばれる）によって、正規的論証に書き換えることができる（Cf. p. 255）。

「任意の論証」は、<もしわれわれが、同じ最終結論をもちあたらしい初期前提をもたない正規的な論証へ変形する実効的な手段をもつならば>、妥当である。

(3) 第三段階の正当化、妥当な論証

ここでは、自由変項をとまなう量化の問題が扱われている。テクニカルな問題なので、省くことにする。

(B) 証明論的意味論の説明

(参考文献：

Dag Prawitz, 'Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning', in *Language and Meaning*,
Dag Prawitz, 'Meaning Approach Via Proofs', in *Synthese*, 148, pp 507-524, 2006.)

Prawitz は、証明論的正当化をもとに、さらに証明論的意味論を提案する。(Dummett もまた、数学的な
いし論理的言明に関する限り、この提案に賛成している。Prawitz はこのアイデアを経験的な言明にも拡
張しようとするのだが、この点に関しては Dummett は懐疑的である。Cf. Dummett, 'Repy to Dag
Prawitz' , in *Lanugage and Meaning*, p. 489)

Prawitz は、'Meaning Approach Via Proofs'において、証明論的正当化を説明した後で、意味論に関して、
次のように述べている。

「文の主張が保証されているのは、文の検証が知られているときそのときにかぎる」(p. 520)

「論証の妥当性が基本的に要求することは、<人がある文の主張において保証されているのは、彼女
が A のための妥当な論証を所有しており、かつ、それを A の妥当な論証であると知っているとき、
その時に限る>という等値性を尊重することである。」(p. 521)

Prawitz は、'Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning'では、次のように述べている。

「ダメットが論理法則の証明論的正当化と呼ぶものは、論理学の意味論を構成する。これは、論理定
項についての直観主義解釈とことならない。」(pp. 457-458)

「中心概念として理解された正規的証明に関連して、一般的な主張条件を次のようにいうことができ
る。つまり<ある文の主張が保証されるためには、ひとは、その文の正規的証明か、それを発見する
方法か、どちらかを知らなければならない>。[...] もしこの一般的な主張可能性条件 (general
condition for assertibility) が与えられたなら、ひとは、<推論が正確であるための条件>を定式化
できる。つまり<前提の正規的な証明が与えられたならば、結論の正規的証明を見つける仕方を知っ
ている>と定式化できる。これを知ることによって、我々は、<前提が主張が可能であるとすると、
結論が主張可能である>ということを知っている。」(p. 459) (<>、下線は、入江)

我々は、次のようにいうことはできない。

<文を理解するとは、その妥当な論証を知ることである>

なぜなら、これだと真であると証明できる文についてだけ、意味を知りうることになる。偽なる文、真か
偽かわからない文が無意味になってしまうからである。そこで、プラウィッツは、つぎのようにいった。

<ある文の主張が保証されるためには、ひとは、その文の正規的証明か、それを発見する方法か、ど
ちらかを知らなければならない>。

B、証明論的意味論によるテーゼ a の証明

Prawitz の主張「ある文の主張が保証されるためには、ひとは、その文の正規的証明か、それを発見する
方法か、どちらかを知らなければならない」を次のテーゼにまとめた。

証明論的意味論のテーゼ

「文を理解するには、その文の正規的証明を知らねばならない。あるいは、文を理解するには、その文の
正規的証明を発見する方法を知らねばならない。」

この文の前半である①から、④が帰結するだろう。

- ①「文を理解するには、その文の正規的証明を知らねばならない。」
- ②「文の理解は、その文を結論とする正規的証明（推論）を知ることによってのみ、得られる」
- ③「文の意味の理解は、ある正規的証明（推論）の結論として知られることによってのみ得られる」
- ④「文は、何らかの推論の結論としてのみ意味を持ちうる」

この④から、テーゼ a 1 が帰結する。

テーゼ a 1 「すべての数学的ないし論理的言明は、何らかの推論の結論としてのみ意味を持ちうる」

問題は、証明論的意味論テーゼの後半である。前に見たように、前半部分だけでは不十分であり、後半部分も必要であった。後半部分は、テーゼ a 1 と矛盾するのだろうか。それとも両立可能なのだろうか。

問題は、「正規的証明を発見する方法を知っているとは、どういうことか？」である。